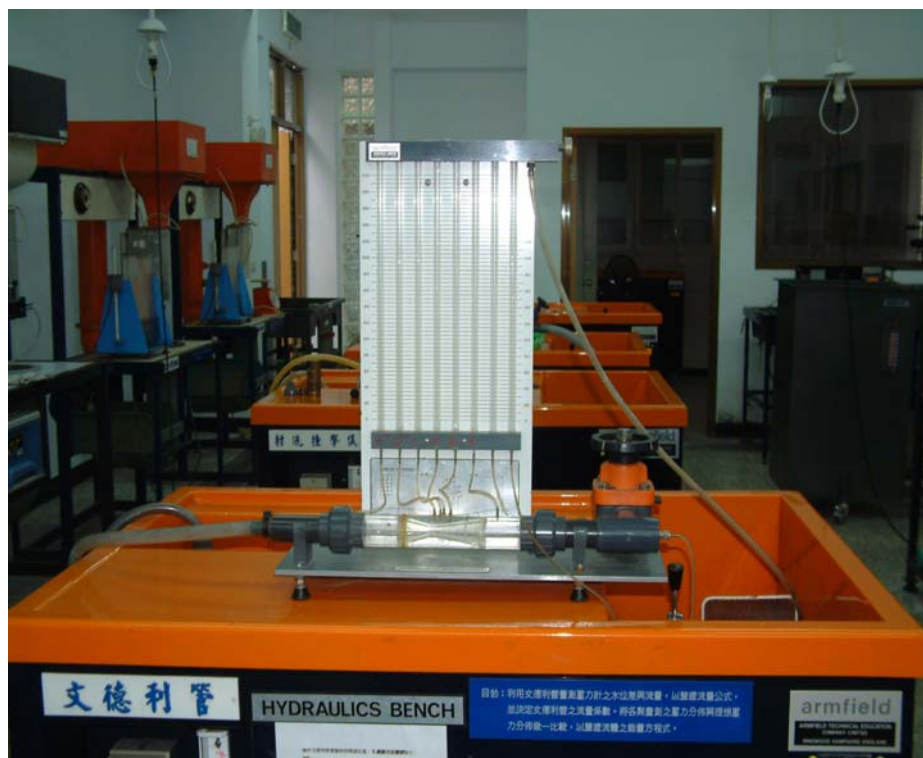


## 六、文德利管實驗

目的：利用文德利管（通稱為文氏管）量測壓力計之水位差( $h$ )與流量( $Q$ )，以驗證流量公式，並決定文德利管之流量係數。將各點量測之壓力分佈與理想壓力分佈做一比較，以驗證流體之能量方程式。

器具：文德利實驗儀、水力台、馬錶、打氣唧筒。



照 6-1 文德利實驗儀

理論：

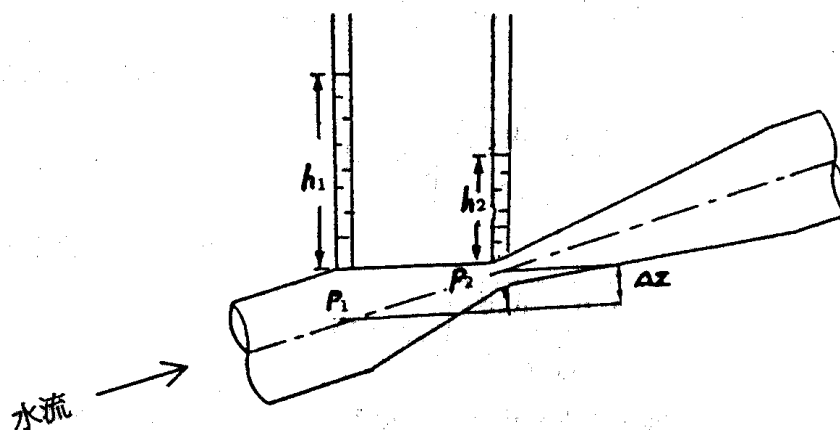


圖 6-1 文德利管示意圖

非壓縮性流體流經一收縮與漸擴管時，如圖 6-1 所示，則

$$\text{依連續方程式：} \quad Q = U_1 a_1 = U_2 a_2 = \dots = U_n a_n \quad (1)$$

式(1)中下標 1 代表最上游斷面，2 代表喉部斷面， $n$  係任一斷面。

考慮 1、2 兩點位置可得

伯努力方程式：

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} + \Delta Z_2 \quad (2)$$

亦即

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} - \Delta Z_2 = \frac{1}{2g} (U_2^2 - U_1^2) \quad (3)$$

由(1)式及(3)式得

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} - \Delta Z_2 = \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{a_2^2} - \frac{1}{a_1^2} \right) = \frac{U_2^2}{2g} \left( 1 - \frac{a_2^2}{a_1^2} \right) \quad (4)$$

壓力平衡：

$$P_1 - \gamma(h_1 + \Delta Z_2) = P_{atm} = P_2 - \gamma h_2$$

即

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} - \Delta Z_2 = h_1 - h_2 \quad (5)$$

由(4)式和(5)相等，可得

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2g} \left( \frac{Q^2}{a_2^2} \right) \left( 1 - \frac{a_2^2}{a_1^2} \right) = \frac{U_2^2}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{a_2}{a_1} \right)^2 \right] \quad (6)$$

整理(6)式，可得斷面之理論平均速率：

$$U_2 = \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{1 - \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2}} \quad (7)$$

將(7)式代入(1)式可得

$$Q = a_2 \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{1 - \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2}} \quad (8)$$

實際流量必須將(8)式之理想流量乘上一流量係數  $C$ ，即

$$Q = C a_2 \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{1 - \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2}} \quad (9)$$

另外，利用(5)式於不同位置可得壓力分佈為

$$\frac{P_1 - P_n}{\gamma} - \Delta Z_n = h_1 - h_n$$

故無因次之實測壓力分佈可寫為

$$\left(\frac{P_1 - P_n}{\gamma}\right) / \frac{U_2^2}{2g} = \frac{h_1 - h_n}{U_2^2/2g} + \frac{\Delta Z_n}{U_2^2/2g} \quad (10)$$

以上  $h_1$ ,  $h_n$ ,  $\Delta Z_n$  皆為實測值，而  $U_2$  則可利用(7)式求得。

又，利用(6)式，在不同位置，可得

$$h_n - h_1 = \frac{U_2^2}{2g} \left( \frac{a_2^2}{a_1^2} - \frac{a_n^2}{a_1^2} \right) \quad (11)$$

因此，代入(7)式，(10)式之理論值為

$$\left(\frac{P_1 - P_n}{\gamma}\right) / \frac{U_2^2}{2g} = \left( \frac{a_2^2}{a_n^2} - \frac{a_n^2}{a_1^2} \right) + \frac{\Delta Z_n}{U_2^2/2g} \quad (12)$$

方法：

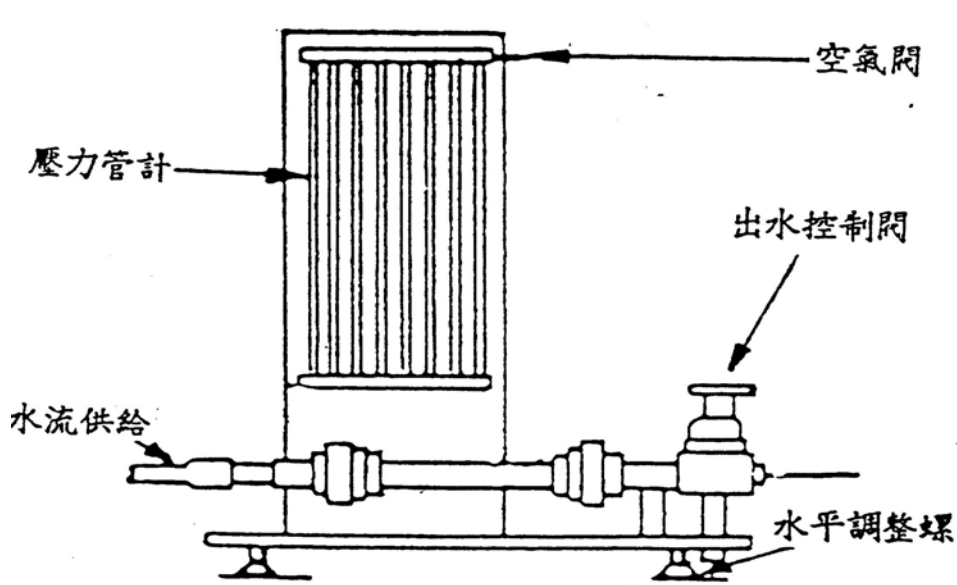


圖 6-2 文德利管佈置

1. 全開文德利實驗儀出水之控制閥，旋開水力台水源開關讓水流動數秒，以除去管中之氣泡。
2. 關閉文德利實驗儀出水之控制閥。由於壓力管計內水流受漸增水壓作用，水面漸升。此時調整進水控制閥，可使水面靜止於文德利管刻劃板之範圍內。
3. 旋轉底部調整螺旋，使所有靜壓管計之讀數同值，即達到水平。
4. 開啓文德利管出水之控制閥（並同時關閉少許之進水控制閥），讓水流通過文德利管而流動，此時量測壓力管計中  $h_1$  與  $h_2$  之讀數，並以水力台測其相對之流量，記錄於表 6-2 中。

5. 爲使所有壓力管計內之水面全部落於刻劃板之刻劃範圍內，可藉給水與出水控制閥之調節達到目的，若有困難，則由空氣閥放出或注入空氣。
6. 重覆 4 至 5 之步驟進行不同流量之試驗。
7. 選擇較大之二組流量，將 6 支壓力管計中之壓力值全部量出，記在表 6-3，用以繪製其壓力分佈圖(討論 3)。

文德利實驗儀 A 之有關資料及符號說明，如下圖表：

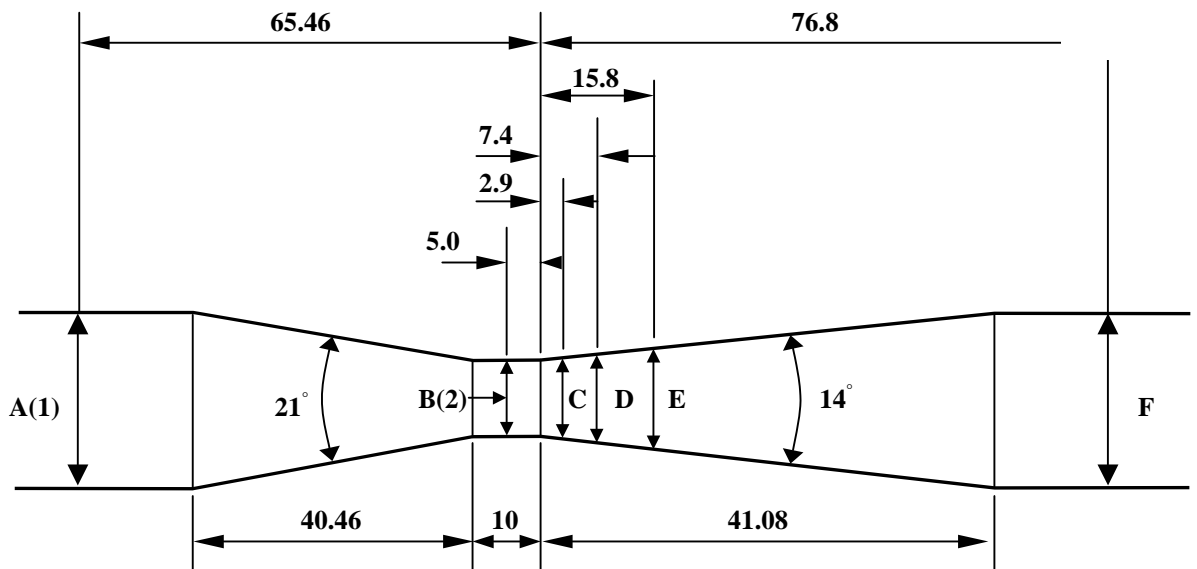


圖 6-3 文德利管尺寸及測壓計位置(單位：mm)

表 6-1 理想壓力分佈

壓力管計 號碼 $n$	斷面直徑 $d_n$ (mm)	$\frac{d_2}{d_n}$	$\left(\frac{a_2}{a_n}\right)^2$	$\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 - \left(\frac{a_2}{a_n}\right)^2$
A(1)	25.0	0.400	0.026	0.000
B(2)	10.0	1.000	1.000	-0.974
C	10.7	0.935	0.761	-0.735
D	11.8	0.847	0.514	-0.488
E	13.9	0.719	0.267	-0.241
F	25.0	0.400	0.026	0.000

其中：

$$d_1=25.0 \text{ mm}, a_1=491.0 \text{ mm}^2, d_2=10.0 \text{ mm}, a_2=78.5 \text{ mm}^2,$$

$$\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 = 0.026, \quad 1 - \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 = 0.974$$

討論：

1. 試以  $Q$  為垂直軸， $(h_1 - h_2)^{1/2}$  為水平軸，將表 6-2 之實驗數據點繪於方格紙上，觀察其是否成一直線？其斜率為何？截距為何？代表之意義為何？
2. 試以表 6-2 之流量係數  $C$  為垂直軸，流量為水平軸，將其關係點繪於方格紙上，觀察其圖形，並描述  $C$  值之可能之範圍，並說明(9)式中  $C$  值存在之可能原因。
3. 以  $\frac{h_n - h_1}{U_2^2 / 2g}$  為垂直軸距 A(1)壓力管計間之距離為水平軸，繪出文德利管之實測及理想壓力分佈圖，比較並討論在不同段（分突縮段、喉部及漸擴段三段）實測值與理論值間差異之變化，與其代表之意義為何。
4. 當儀器非水平狀態，對實驗量測到之流量及壓力有何影響？
5. 誤差來源討論。

文德利管實驗結果記錄表

表 6-2 實測之水位差( $h_1 - h_2$ )和流量  $Q$

試驗 次數	進水量 (liter)	時間 (s)	$Q$ ( $m^3/s$ )	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$h_1 - h_2$ (mm)	$(h_1 - h_2)^{1/2}$ ( $m^{1/2}$ )	流量係數 C
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

表 6-3 沿文德利管之實測壓力分佈(選取任意兩種較大流量)

靜壓管計 號碼	實測流量 $Q =$ cms			實測流量 $Q =$ cms		
	實測速度水頭 $U_1^2/2g =$ m			實測速度水頭 $U_1^2/2g =$ m		
	$h_n$ (mm)	$h_n - h_1$ (m)	$\frac{h_n - h_1}{U_2^2/2g}$	$h_n$ (mm)	$h_n - h_1$ (m)	$\frac{h_n - h_1}{U_2^2/2g}$
A(1)						
B(2)						
C						
D						
E						
F						

註：本表僅適用於儀器呈水平狀態時。